Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Traitement de données

Session 2024 • Code sujet : **2024-BTS103-RPL-ME-RE-MA** • Durée : **180 minutes**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Régression de la production laitière en fonction de l'ITH** (7 questions) — **Page 3**
2. **Influence de l'ITH sur la qualité des embryons** (1 question) — **Page 6**
3. **Masse des carcasses selon le type d'alimentation des poulets** (2 questions) — **Page 7**
4. **Production d'œufs des poules pondeuses en situation de stress thermique** (6 questions) — **Page 8**
5. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 10**

Sujet officiel (PDF) : https://btsagpn.fr/assets/annales/btsa-gpn/E2 - Construire son projet personnel et professionnel/2024/BTSA GPN - E2 - Construire son projet personnel et professionnel - Session 2024 - 1-Sujet.pdf

1. Régression de la production laitière en fonction de l'ITH

Une expérimentation menée sur plusieurs troupeaux de vaches laitières étudie le lien entre l'Index Température Humidité (ITH) et la production laitière journalière moyenne. Le tableau, le nuage de points et le nuage des résidus permettent d'étudier un ajustement affine et d'estimer la production selon l'ITH.

Question 1. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre l'ITH et la production laitière journalière moyenne à partir des données fournies.

À partir des 11 couples du tableau, les sommes centrées sont $S_{xy} = -46{,}9182$, $S_{xx} = 214{,}7273$ et $S_{yy} = 10{,}5855$. Ainsi, $r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}} \approx -0{,}984$. Le signe négatif traduit une baisse de la production lorsque l'ITH augmente, et la proximité de -1 indique une liaison linéaire très forte.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $r \approx -0{,}984$: très forte corrélation linéaire négative.

Question 2. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de Y en X.

La droite de régression de Y en X a pour pente $a = S_{xy}/S_{xx} = -516{,}1/2362 \approx -0{,}218501$. Elle passe par le point moyen $(\bar{x}, \bar{y}) = (819/11, 373{,}6/11)$, d'où $b = \bar{y} - a\bar{x} \approx 50{,}232$. Les coefficients sont arrondis au millième comme demandé.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\hat{y} = -0{,}219x + 50{,}232$, avec la production estimée en litres par jour.

Question 3. À l'aide de l'équation de la droite de régression, retrouver par le calcul la valeur du premier résidu correspondant à $x_1 = 68$, sachant que $e_i = y_i - \hat{y}_i$.

Pour $x_1 = 68$, l'équation de régression donne $\hat{y}_1 = 50{,}232049 - 0{,}21850127 \times 68 \approx 35{,}374$ litres. Le tableau donne la valeur observée $y_1 = 35{,}5$ litres. Comme le résidu est défini par $e_1 = y_1 - \hat{y}_1$, il est positif : la production observée dépasse légèrement celle estimée par la droite.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $e_1 \approx 0{,}126$ litre.

Question 4. En utilisant les résultats précédents et le nuage des résidus, discuter la validité de l'ajustement affine.

Le coefficient $r \approx -0{,}984$ confirme une liaison linéaire forte, mais cela ne suffit pas à valider l'ajustement. Sur le graphique, les résidus ne sont pas répartis au hasard autour de zéro : ils sont d'abord positifs, puis négatifs, ensuite positifs et enfin négatifs. Cette structure suggère une courbure. La droite décrit la tendance générale, mais l'ajustement affine n'est donc pas entièrement satisfaisant.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La liaison est forte, mais la structure des résidus suggère une courbure : l'ajustement affine est seulement approximatif.

Question 5. Lorsque l'ITH est supérieur à 90, le stress thermique est considéré comme sévère. Estimer la production laitière moyenne journalière d'une vache dont l'ITH est égal à 90.

On remplace x par 90 dans la droite de régression : $\hat{y} = -0{,}21850127 \times 90 + 50{,}232049 \approx 30{,}567$ litres par jour. Les ITH mesurés vont de 68 à 82 : l'estimation à 90 est donc une extrapolation. Elle suppose que la tendance modélisée par la droite se prolonge au-delà des valeurs observées.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Pour un ITH de 90, la production estimée est de $30{,}567$ litres par vache et par jour.

Question 6. Déduire le pourcentage de baisse de la production laitière lorsque l'animal est en stress thermique sévère, avec un ITH de 90, par rapport à un animal sans stress thermique, avec un ITH de 68.

La production de référence à l'ITH 68 est de 35,5 litres par jour, d'après le tableau. À l'ITH 90, l'estimation est de 30,566933 litres. Le pourcentage de baisse se calcule par rapport à la valeur de référence : $\frac{35{,}5 - 30{,}566933}{35{,}5} \times 100 \approx 13{,}896$. La baisse estimée est donc supérieure à 10 %.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Baisse estimée : $13{,}896\,\%$.

Question 7. Déterminer l'ITH correspondant à une baisse de production de lait de 10 % par rapport à celle d'un animal sans stress thermique, dont l'ITH est égal à 68.

À l'ITH 68, la production de référence vaut 35,5 litres. Une baisse de 10 % correspond donc à $0{,}90 \times 35{,}5 = 31{,}95$ litres. On résout $-0{,}21850127x + 50{,}232049 = 31{,}95$, ce qui donne $x \approx 83{,}670$. Cet ITH dépasse la plage mesurée, qui s'arrête à 82 : le résultat est une extrapolation.

✓ RÉPONSE À RETENIR

L'ITH correspondant à une baisse de 10 % est d'environ $83{,}670$.

2. Influence de l’ITH sur la qualité des embryons

Une étude évalue l’impact du stress thermique sur la qualité des embryons récoltés chez des génisses Prim’Holstein. Le tableau croise les catégories de qualité des embryons avec quatre niveaux d’ITH pour tester l’existence d’une influence.

Question 1. À partir du tableau des effectifs, déterminer si l’ITH a une influence sur la qualité des embryons récoltés chez les génisses Prim’Holstein, en effectuant un test au seuil de risque de 0,05.

On teste l’indépendance entre le niveau d’ITH et la qualité des embryons. Les effectifs théoriques se calculent par « total de ligne × total de colonne / 606 ». Le plus petit est 5,11 : le test du Khi-2 est applicable. Les degrés de liberté valent $(3-1)(4-1)=6$. La statistique calculée est $\chi^2 = 4,01$, à comparer à la valeur critique 12,59 au seuil de 5 %. Comme $4,01 < 12,59$, on ne rejette pas l’hypothèse d’indépendance.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Au seuil de 5 %, aucune influence significative de l’ITH sur la qualité des embryons n’est mise en évidence.

3. Masse des carcasses selon le type d’alimentation des poulets

Pendant une période de stress thermique, deux lots homogènes de 90 poulets de chair reçoivent un aliment classique ou un aliment supplémenté en énergie. Les masses moyennes et les écarts types des carcasses servent à estimer et comparer les masses moyennes des deux lots.

Question 1. Déterminer une estimation par intervalle de confiance, au niveau de confiance 0,95, de la masse moyenne des carcasses avec une alimentation classique.

Pour un niveau de confiance de 95 %, on utilise l’intervalle approché $\left[\bar{x} - 2\frac{s}{\sqrt{n}} \,;\, \bar{x} + 2\frac{s}{\sqrt{n}}\right]$. Avec $\bar{x} = 1\,835$, $s = 173$ et $n = 90$, la marge d’erreur vaut $2 \times 173/\sqrt{90} \approx 36{,}47$ g. On ajoute et on retranche cette marge à la moyenne observée.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Intervalle de confiance à 95 % : $[1\,798{,}53 \,;\, 1\,871{,}47]$ g.

Question 2. À l’aide de l’intervalle de confiance fourni pour l’alimentation supplémentée en énergie, déterminer si cette alimentation permet d’obtenir une masse moyenne des carcasses plus élevée. Justifier la réponse.

L’intervalle à 95 % de l’alimentation classique est $[1\,798{,}53 \,;\, 1\,871{,}47]$ g. Celui de l’alimentation supplémentée est $[1\,874{,}99 \,;\, 1\,937{,}01]$ g. Ils ne se chevauchent pas : la borne inférieure du second dépasse la borne supérieure du premier de 3,52 g. Les résultats indiquent donc une masse moyenne plus élevée avec l’aliment supplémenté.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui : les intervalles ne se chevauchent pas, et celui de l’alimentation supplémentée est supérieur.

4. Production d'œufs des poules pondeuses en situation de stress thermique

L'exercice étudie la proportion de poules pondeuses en stress thermique qui produisent un œuf par jour, à partir d'un échantillon de 60 poules dont 34 ont pondu. Une seconde partie suppose cette proportion égale à 0,6 et examine quatre affirmations sur le nombre de poules ayant pondu.

Partie A

Question 1. À partir de l'échantillon de 60 poules, dont exactement 34 ont pondu un œuf, déterminer une estimation ponctuelle du taux de production d'œufs par jour p en situation de stress thermique.

L'estimation ponctuelle est la fréquence observée des poules ayant pondu : $\hat{p} = \frac{34}{60} \approx 0{,}57$. Elle correspond à environ 57 % de poules qui pondent un œuf par jour en situation de stress thermique.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\hat{p} \approx 0{,}57$, soit environ 57 %.

Question 2. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de p au niveau de confiance 0,95.

Avec la formule usuelle d'estimation d'un intervalle de confiance à 95 % pour une proportion, on prend $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} \,;\, f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$, avec $f = \frac{34}{60}$ et $n = 60$. La marge vaut environ 0,13 ; les bornes, arrondies au centième comme demandé, sont 0,44 et 0,70.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Intervalle de confiance à 95 % : $[0{,}44 \,;\, 0{,}70]$.

Partie B

Question Affirmation 1. Dire si l'affirmation est vraie ou fausse, en justifiant : X suit une loi binomiale de paramètres n = 60 et p = 0,6.

Vraie. Le nombre de poules ayant pondu est la somme de 60 épreuves de Bernoulli indépendantes, chacune de probabilité de succès $0{,}6$. Il suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 60$ et $p = 0{,}6$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> VRAIE : $X \sim \mathcal{B}(60 \,;\, 0{,}6)$.

Question Affirmation 2. Dire si l'affirmation est vraie ou fausse, en justifiant : il n'y a pratiquement aucune chance que les 60 poules de l'échantillon aient toutes pondu un œuf.

Vraie. Si les 60 poules ont toutes pondu, alors $X = 60$. Sous le modèle binomial, la probabilité de cet événement est $0{,}6^{60}$, soit environ $4{,}9 \times 10^{-14}$. Cette probabilité est pratiquement nulle.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> VRAIE : $P(X = 60) = 0{,}6^{60} \approx 4{,}9 \times 10^{-14}$.

Question Affirmation 3. Dire si l'affirmation est vraie ou fausse, en justifiant : on peut approcher la loi de X par une loi normale.

Vraie. Pour $X \sim \mathcal{B}(60\ ;\ 0{,}6)$, on a $np = 36$ et $n(1-p) = 24$, deux valeurs supérieures à 5. L'approximation normale est donc adaptée : moyenne 36 et variance 14,4, soit un écart-type $\sqrt{14{,}4}$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> VRAIE : approximation par $\mathcal{N}(36\ ;\ 14{,}4)$, de moyenne 36 et de variance 14,4.

Question Affirmation 4. Dire si l'affirmation est vraie ou fausse, en justifiant : il est fort probable qu'au moins la moitié des poules de l'échantillon pondent un œuf.

Vraie. Au moins la moitié signifie $X \geq 30$. Avec l'approximation normale et la correction de continuité, $P(X \geq 30) \approx P(Y \geq 29{,}5)$. Le score réduit vaut environ $-1{,}71$; la table donne alors une probabilité d'environ $0{,}956$, ce qui confirme que l'événement est fort probable.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> VRAIE : $P(X \geq 30) \approx 0{,}956$.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2024)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de traitement de données du BTSA, remplacement 2024, code 2024-BTS103-RPL-ME-RE-MA, durée 180 minutes, sans coefficient indiqué. Dans des contextes agricoles de stress thermique, les quatre exercices portent sur la production laitière, la qualité des embryons, la masse des carcasses et la ponte. Ils évaluent corrélation et régression, test du Khi-2, intervalles de confiance et lois binomiale et normale.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Le coefficient de corrélation linéaire mesure le sens et l'intensité de la liaison linéaire entre deux variables quantitatives.
- La droite des moindres carrés de Y en X s'écrit $\hat{y} = ax + b$ et estime Y dans les limites de validité de l'ajustement.
- Le test du Khi-2 d'indépendance compare les effectifs observés aux effectifs théoriques sous l'hypothèse d'indépendance.
- Pour X suivant une loi binomiale B(n,p), l'espérance vaut np et l'écart type vaut $\sqrt{(np(1-p))}$.

Points de vigilance & attentes du jury

- Pour étudier l'ajustement affine, interpréter ensemble le coefficient de corrélation et la répartition des résidus autour de zéro.
- Signaler qu'une estimation par la droite de régression à ITH 90 extrapole au-delà des valeurs observées.
- Dans un test du Khi-2, poser les hypothèses, vérifier les conditions d'application et conclure au seuil de risque demandé.
- Pour un intervalle de confiance, identifier le paramètre estimé, le niveau de confiance et les données d'échantillon utilisées.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment utiliser la droite de régression pour estimer la production laitière ?

Une fois l'équation $\hat{y} = ax + b$ déterminée, remplacer x par l'ITH demandé. L'estimation à 90 est une extrapolation, car les valeurs observées vont seulement jusqu'à 82, et doit donc être interprétée avec prudence.

Q : Comment décider si un ajustement affine est adapté aux données ?

Examiner le coefficient de corrélation pour apprécier la liaison linéaire, puis observer le nuage des résidus. Un ajustement est plus plausible si les résidus se répartissent autour de zéro sans structure systématique marquée.

Q : Comment organiser son temps pour cette épreuve de 180 minutes ?

Répartir le temps entre les quatre exercices en tenant compte de leurs points, puis réserver une marge de vérification. Présenter les étapes des calculs, des tests et des intervalles, ainsi que les conclusions contextualisées.

Q : Qu'attend le jury pour la conclusion d'un test statistique ?

La conclusion doit rappeler le seuil, comparer la statistique observée à la valeur critique ou utiliser la p-valeur, puis répondre à la question dans son contexte. Elle doit être reliée clairement à l'hypothèse testée.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsagpn.fr/assets/annales/btsa-gpn/E2 - Construire son projet personnel et professionnel/2024/BTSA GPN - E2 - Construire son projet personnel et professionnel - Session 2024 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTSA Gestion et Protection de la Nature : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.